جستجوی عمقی درخت شاخه‌وکرانه در حل مساله طراحی شبکه گسسته حمل‌ونقل

امیرعلی زرین‌مهر

استادیار گروه مهندسی‌عمران، دانشگاه‌مازندران، بابلسر؛ azarinmehr@umz.ac.ir

چکیده

در یکی از تعاریف رایج از مساله طراحی شبکه گسسته حمل‌ونقل، هدف آن است که با درنظرگرفتن محدودیت بودجه، زیرمجموعه‌ای از پروژه‌ها (معابر) پیشنهادی به شبکه اضافه گردد به‌گونه‌ای که مجموع کل زمان‌سفر استفاده‌کنندگان شبکه به حداقل برسد. این مساله دارای رده پیچیدگی مسائل اصطلاحا NP-Hard است که به منظور حل دقیق آن در ابعاد متوسط م‌توان از تکنیک‌های نوین محاسباتی همچون پردازش موازی بهره‌گرفت. برای این منظور، مطالعه حاضر، الگوریتم دقیق پیشنهادی توسط مطالعه قدیمی لبلانک را درنظرگرفته، به روش جستجوی عمقی در درخت شاخه‌وکرانه به موازی‌سازی این الگوریتم می‌پردازد. برای این منظور، از یک الگوی ارباب-کارگر استفاده شده، نتایج بر روی شبکه شهری شیکاگو با ۹۳۳ گره و تعداد ۱۲ پروژه پیشنهادی برای تعداد ۱، ۲، ۴، ۸، و ۱۶ پردازنده گزارش می‌گردد. مطابق نتایج حاصله، الگوریتم موازی قادر است برای ۱۶ پردازنده به مقدار تسریع معادل ۱۱٫۸۰ دست پیدا کند.

واژه‌های کلیدی

طراحی شبکه گسسته، الگوریتم شاخه‌وکرانه، پردازش موازی.

مقدمه

یکی از مسائل زیربنایی در برنامه‌ریزی شهری، نحوه توسعه شبکه معابرشهری به منظور تسهیل رفت‌وآمد استفاده‌کنندگان شبکه است. این مساله که به‌طور عمومی از آن به عنوان مساله طراحی شبکه حمل‌ونقل یاد می‌شود ابعاد گسترده‌ای را در تعریف هدف مساله و سیاست‌های موجود برای بهبود شبکه شامل میشود. به عنوان مثال، هدف از توسعه مساله می‌تواند شامل مدیریت حوادث [۱]، کاهش زمان‌سفر استفاده‌کنندگان (یا گروه خاصی از استفاده‌کنندگان در بخشی از شبکه) [۲]، برقراری توازن یا عدالت‌اجتماعی در شبکه [۳]، یا ارتقاء دسترسی در سطح شبکه [۴] باشد. همچنین سیاست‌های بهبود شبکه می‌تواند شامل احداث خیابان‌های جدید، تقاطع‌های غیرهم‌سطح، تغییر استراتژی زمان‌بندی چراغ‌ها در تقاطع‌های هم‌سطح، توسعه و افزودن خطوط جدید به خیابان‌ها، یک‌طرفه‌سازی خیابان‌ها و غیره باشد [۵].

با نظر به اهمیت مجموعه مسائل طراحی شبکه در آینده درازمدت سایر مسائل شهری و حجم سنگین سرمایه‌گذاری که بر این مسائل بار می‌شود، تعریف درست این مسائل از اهمیت بالایی برخوردار است. با نظر به انواع هدف و استراتژی‌های ممکن در مسائل طراحی شبکه، تعاریف بسیار متنوعی در ادبیات تحقیق برای مساله طراحی شبکه ارائه گردیده‌است. خواننده علاقه‌مند می‌تواند برای مطالعه بیشتر به منابع مروری موجود در پیشینه تحقیق همچون [۱]، [۵]، یا [۶] مراجعه نماید.

در یکی از تعاریف رایج برای مساله طراحی شبکه حمل‌ونقل شهری، موسوم به طراحی شبکه گسسته حمل‌ونقل، هدف مساله، یافتنِ زیرمجموعه‌ای از پروژه‌های پیشنهادی احداث خیابان‌های جدید است، به‌گونه‌ای که با حفظ محدودیت بودجه، مجموع کل زمان‌سفر استفاده‌کنندگان از شبکه به حداقل برسد [۷]. در چنین تعریفی، زمان‌سفر استفاده‌کنندگان به عنوان نماینده‌ای از میزان هزینه‌های شهری (انرژی اتلاف‌شده، هزینه مالی، آلودگی هوا، و غیره) کاربرد پیدا می‌کند.

مساله طراحی شبکه با تعریف ارائه‌شده، به لحاظ محاسباتی، اصطلاحا در رده پیچیدگی مسائل NP-Hard قرار می‌گیرد. اصطلاح رده پیچیدگی NP-Hard برای مجموعه مسائلی به کار برده می‌شود که با تعداد عملیات محاسباتی از مراتب چندجمله‌ای (برحسب ورودی) نمی‌توان جواب دقیق آنها را به‌دست آورد [۸]. این مسائل به منظور حل دقیق به تعداد عملیات محاسباتی فرانمایی نیاز پیدا می‌کنند و از این رو تعیین جواب دقیق آنها در مسائل بزرگ دنیای واقعی با ورودی‌های زیاد به زمان یا حافظه بیش از حد احتیاج داشته، عملا امکان‌پذیر نیست. با این‌حال، در ابعاد متوسط یا نه چندان بزرگ، امکان استفاده از تکنیک‌های نوین محاسباتی مانند پردازش موازی می‌تواند به حل سریع‌تر این مسائل کمک کند.

الگوریتم شاخه‌وکرانه یکی از روش‌های حل‌دقیق مجموعه مسائل NP-Hard و به طور خاص مساله طراحی شبکه گسسته است. موازی‌سازی این الگوریتم و بررسی تئوری آن از چنددهه پیش مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌است [۹] ولی توجه به کاربرد این الگوریتم در حل مساله طراحی شبکه گسسته حمل و نقل بسیار محدود بوده‌است. مطالعه پیش رو، با درنظر گرفتن الگوریتم شاخه‌وکرانه پیشنهادی در مطالعه قدیمی لبلانک [۱۰] به موازی‌سازی این الگوریتم در مساله طراحی شبکه گسسته حمل‌ونقلی می‌پردازد. برای این منظور، یک جستجوی موازی عمقی درنظرگرفته می‌شود و نتایج بر روی شبکه شهری شیکاگو با تعداد ۱۲ پروژه پیشنهادی ارائه می‌گردد.

مطالب این مقاله در ادامه به این ترتیب تنظیم شده‌اند. ابتدا یک بیان‌رسمی از مساله مطرح‌شده و شرحی از موازی‌سازی الگوریتم شاخه و کرانه لبلانک در این مطالعه ارائه می‌شود. سپس، نتایج محاسباتی بر روی شبکه شهری شیکاگو با تعداد ۱ الی ۱۶ پردازنده گزارش خواهدشد. این مقاله در نهایت ارائه پیشنهاد برای مطالعات آینده به پایان می‌رسد.

بیان مساله

مساله طراحی شبکه گسسته حمل‌ونقل به طور معمول در قالب یک مدل دوسطحی تعریف و ارائه می‌شود؛ مدلی که در سطح پایین، سعی در ملاحظه رفتار کاربران در انتخاب مسیر داشته و در سطح بالایی، مجموعه پروژه‌های بهینه را از میان پروژه‌های پیشنهادی انتخاب می‌کند. به منظور تعریف رسمی مساله، در سطح بالای مساله طراحی شبکه، ابتدا، فرض کنید تعاریف زیر برقرار باشد:

A= مجموعه یال(بزرگراه)های جهت‌دار شبکه،

A_y = مجموعه پروژه(خیابان)های پیشنهادی برای ساخت،

y_a = متغیر تصمیم، با مقادیر ۱ یا ۰ به‌ترتیب به‌معنای انتخاب یا عدم انتخاب پروژه a برای ساخت، $a \in A_y$،

c_a = هزینه ساخت پروژه a، $a \in A_y$،

y = بردار متغیرهای تصمیم y_a،

A(y) = مجموعه یال‌های شبکه با در نظرگیری بردار y،

x_a = جریان ترافیک تخصیص‌یافته به یال a، از حل مساله تخصیص ترافیک، $a \in A(y)$،

x(y) = بردار مقادیر جریان تخصیص‌یافته به یال‌های شبکه پس از درنظرگیری بردار y،

$t_a(x_a)$ = تابع زمان سفر-حجم برای یال a که به صورت صعودی، محدب و مشتق‌پذیر فرض می‌شود، $a \in A(y)$،

B = مقدار بودجه دردست برای ساخت پروژه‌های پیشنهادی.

برمبنای تعاریف انجام‌گرفته در بالا، صورت رایج سطح بالایی مدل مساله را می‌توان در روابط (۱) تا (۴) در قالب مدل ریاضی زیر مشاهده نمود:

$$\min_{y} \sum_{a \in A(y)} x_a t_a(x_a) \quad (۱)$$

$$\text{s.t.} \sum_{a \in A_y} c_a y_a \le B \quad (۲)$$

$$y_a = 0 \text{ یا } 1 \quad \forall a \in A_y \quad (۳)$$

$$x(y) = \text{جواب حاصل از حل مساله تخصیص‌ترافیک} \quad (۴)$$

سطح پایین این مساله (انتخاب مسیر کاربران شبکه که به صورت محدودیت (۴) در سطح بالایی مدل دیده‌می‌شود) نیز یک مساله کلاسیک حمل‌ونقلی موسوم به مساله تخصیص‌ترافیک است، که خود دارای مدل‌ها و الگوریتم‌های حل گوناگونی است [۱۱]. آنچه در این مطالعه مورد استفاده قرار می‌گیرد، حل یک مساله برنامه‌ریزی ریاضی در قالب روابط (۵) تا (۸) است. تعاریف مورد نیاز در این روابط، از قرار زیر هستند:

P = مجموعه زوج‌های مبدا-مقصد در شبکه،

d_{rs} = تقاضای سفر از مبدا r به مقصد s، $(r,s) \in P$،

N(y) = شبکه حاصل پس از درنظرگیری بردار y،

$K_{rs}(y)$ = مجموعه ناتهی مسیرهای از r به s در شبکه پس از درنظرگیری بردار y، $(r,s) \in P$،

f_k = جریان در مسیر k از مبدا r به مقصد s در شبکه پس از درنظرگیری بردار y، $k \in K_{rs}(y)$،

δ_{ak} = متغیر دودویی، ۱ یا ۰ به ترتیب در صورتی که یال a در مسیر k واقع باشد یا نباشد.

$$\min_{x(y)} \sum_{a \in A(y)} \int_0^{x_a} t_a(u)\,du \quad (۵)$$

$$\text{s.t.} \sum_{k \in K_{rs}(y)} f_k = d_{rs} \quad \forall (r,s) \in P \quad (۶)$$

$$x_a = \sum_{(r,s) \in P} \sum_{k \in K_{rs}(y)} \delta_{ak} f_k \quad \forall a \in A(y) \quad (۷)$$

$$f_k \ge 0 \quad \forall k \in K_{rs}(y) \quad \forall (r,s) \in P \quad (۸)$$

مساله تخصیص ترافیک با بیان بالا، دارای تابع هدف کوژ و محدودیت‌های خطی است. ازاین‌رو، روش‌های رایج در برنامه‌ریزی کوژ از جمله الگوریتم ترکیب کوژ، برای حل آن قابل‌کاربرد است [۱۰].

الگوریتم شاخه‌وکرانه و موازی‌سازی آن

مطالعه لبلانک [۱۰] به منظور حل مساله طراحی شبکه گسسته یک الگوریتم شاخه‌وکرانه پیشنهاد کرد که در آن مقدار کران پایین روی

هرگره از درخت جستجو با فرض احداث پروژه‌های تصمیم‌گیری‌نشده و حل یک مساله "بهینه‌ی سیستم" حاصل می‌گردد. به دلیل محدودیت نوشتاری، خواننده برای جزئیات بیشتر این مطالعه را به منبع مربوطه [۱۰] ارجاع داده می‌شود.

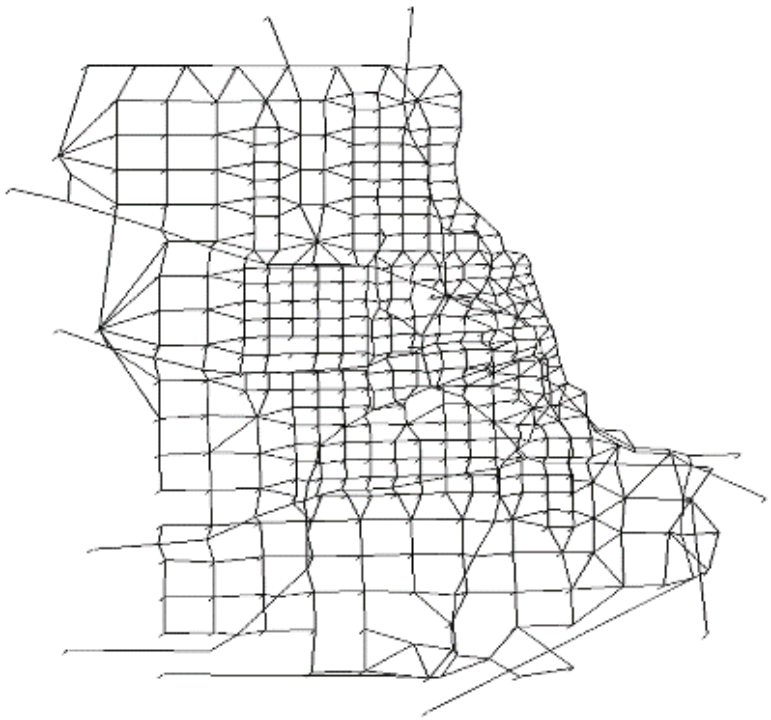
از نکات حائز اهمیت در تحلیل الگوریتم‌های شاخه‌وکرانه در مسأله طراحی شبکه گسسته، و به طور خاص در این مقاله، الگوریتم پیشنهادی لبلانک [۱۰]، زمان‌بر بودن حل مسأله تخصیص‌ترافیک در شبکه‌های واقعی و بزرگ است، به‌طوری که می‌توان زمان سایر عملیات‌های شاخه‌وکرانه، همچون به‌هنگام‌سازی گره‌های درخت جستجو را در مقابل آن ناچیز دانست. این نکته، جنبه‌ی دیگری نیز دارد و آن ناچیزبودن زمان ارتباطات بین پردازنده‌ها است. توجه به این مطالب در کنار این نکته که زمان حل مسأله‌های تخصیص در یک شبکه برای پردازنده‌های مختلف تقریباً یکسان است، کاربرد یک الگوی متمرکز از نوع همزمان را موجه نشان می‌دهد.

در یک چنین الگویی، یک پردازنده موسوم به ارباب در مدت‌زمانی ناچیز لیست گره‌های انتخاب شده (یا فعال) را به‌هنگام ساخته و مسأله‌های تخصیص‌ترافیک را بین پردازنده‌های دیگر، موسوم به کارگر، توزیع می‌کند. در صورتی که زمان‌حل مسأله تخصیص در مقایسه با زمان‌های یادشده خیلی بزرگ باشد، پردازنده ارباب، خود نیز می‌تواند به حل یک مسأله تخصیص بپردازد و در تحلیل الگوریتم می‌توان تنها تعداد تکرارهای موازی را مورد توجه قرار داد.

آنچه در این مطالعه مورد استفاده قرار می‌گیرد، یک روش جستجوی عمقی روی درخت شاخه‌وکرانه لبلانک است. به‌این‌ترتیب، یک پردازنده ارباب، هر بار، با اولویت‌دادن به گره‌های دارای عمق بیشتر، تعدادی گره فعال را انتخاب و به منظور ارزیابی (تخصیص ترافیک) آنها را به پردازنده‌های کارگر واگذار می‌کند و پس از پایان عملیات تخصیص توسط کارگران، نتایج را از آنها دریافت و درخت‌جستجو را به هنگام می‌کند.

نتایج حاصله

شبکه مورد استفاده در این دو مطالعه، شبکه خلاصه‌شده شهر شیکاگو است که کلیه اطلاعات آن از مرجع [۱۲] دریافت شده‌است. شبکه شهر شیکاگو شبکه ای بسیار بزرگ و شبکه مختصر شده شیکاگو، زیرشبکه ای نسبتا بزرگ از آن محسوب می گردد که در این مطالعه مورد استفاده قرار گرفته است. شکل ۱، شمایی کلی از شبکه مختصر شده شیکاگو را نمایش می دهد[۱۲]. این شبکه دارای ۹۳۳ راس، ۳۸۷ مبدا سفر، ۲۹۵۰ کمان، و ۹۳۵۱۳ تقاضای غیر صفر بین رئوس است که کلیه این اطلاعات از مرجع [۱۲] در یافت شده است.



شکل ۱: شمایی کلی از شبکه خلاصه‌شده شیکاگو

در شبکه خلاصه‌شده شیکاگو، همه کمان‌ها دارای توابع زمان‌سفر-حجم BPR هستند که به این صورت تعریف می شود:

$$t_a = fftt_a \times (1 + 0/15(\frac{x_a}{C_a})^4) \quad (۹)$$

که در آن:

t_a : زمان سفر در کمان a بر حسب دقیقه،

$fftt_a$: زمان سفر جریان آزاد در کمان a بر حسب دقیقه،

x_a : جریان در کمان a بر حسب وسیله بر ساعت، و

C_a : ظرفیت عملی کمان a بر حسب وسیله بر ساعت، هستند.

ضمنا منظور از b_a در ادامه، بودجه مورد نیاز برای احداث یک پروژه پیشنهادی (کمان جدید) a است.

به منظور پیشنهاد پروژه‌هایی برای مساله طراحی شبکه گسسته، پس از ترسیم نقاط شبکه خلاصه‌شده شیکاگو و تعیین فاصله مستقیم بین هر دو نقطه با برنامه‌ای ساده، پروژه هایی با مشخصات جدول ۱ پیشنهاد شدند. این پروژه ها به تقلید از کمان های شبکه، دارای سرعت های مجاز ۶۰ الی ۷۰ کیلومتر در ساعت هستند. کل بودجه در دست نیز معادل ۱۰۰ واحد در نظر گرفته شده است.

جدول ۱: پروژه های احداث پیشنهادی به همراه سطح بودجه مورد نیاز هر یک در شبکه خلاصه‌شده شیکاگو

b	C	fftt	راس انتها	راس ابتدا
۱۶	۱۲۰۰۰	۳/۵۲	۲۸	۲۹
۱۶	۱۲۰۰۰	۳/۷۳	۵	۳
۱۷	۱۲۰۰۰	٤/٦٥	٤٠٣	۳۹۷
۱۸	۱۲۰۰۰	٥/۳۷	۳۹۹	٦٠٥
۲۰	۱۲۰۰۰	۷/۲۰	۳٦٠	۳٦۲
۲۲	۱۲۰۰۰	۷/٥٥	٦۸۱	٤٠۷
۲۲	۱۲۰۰۰	۷/۷۳	٥٦٤	٥٥٠
۲۲	۱۲۰۰۰	۱۰/۱۰	٥٦۸	٥۸٠
۲۳	۱۲۰۰۰	۱۰/٦۱	۷۷۹	۷٦٦
۲٦	۱۲۰۰۰	۱٤/۲٠	٥٠	٤۲
۲۹	۱۲۰۰۰	۱۷/٦٤	۲۱۷	۲٥٠
۳۳	۱۲۰۰۰	۱۸/۰۳	٥۲۹	٥۲۷

اجرای برنامه ها بر روی ۲ خوشه هر یک با ۸ هسته پردازشی انجام گرفت که سیستم نامبرده دارای مشخصات زیر است:

Intel® Server System SR2600UR
CPU: Intel(R) Xeon(R) CPU E5504 @ 2/00GHz
Memory: 32 GHz

طراحی سخت افزاری سیستم نامبرده به گونه‌ای بوده‌است که هر پردازنده به طور مجزا دارای امکان دسترسی به حافظه است. در نتیجه اشکال ایجاد گلوگاه در دسترسی پردازنده‌ها به حافظه و کندشدن برنامه بروز پیدا نخواهدکرد.

جدول ۲ نتایج اجرای برنامه الگوریتم شاخه‌وکرانه موازی با جستجوی عمقی را بر روی شبکه خلاصه‌شده شیکاگو نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌گردد در تعداد پردازنده‌های موازی کمتر (مثلا ۲ یا ۴ پردازنده) افزایش سرعت حل تقریبا خطی (به ترتیب ۱,۸۸ و ۳,۵۵ برابر) است. با افزایش تعداد پردازنده‌ها (برای مثال ۸ و ۱۶ پردازنده) اگرچه مقدار تسریع از حالت خطی کمی فاصله میگیرد، اما مقدار افزایش سرعت حل همچنان مقدار قابل توجهی (به ترتیب ۶,۳۸ و ۱۱,۸۰ برابر) است.

جدول ۲: نتایج اجرای الگوریتم شاخه‌وکرانه موازی بر روی شبکه خلاصه‌شده شیکاگو

تعداد پردازنده	تعداد تکرار های موازی	زمان کل اجرا (دقیقه)	تسریع از نوع نسبت	
			تکرار ها	زمان حل ها
۱	۱۰۱۳	۲۷۱/۷۱	۱/۰۰	۱/۰۰
۲	٥۰۸	۱٤٤/۸۳	۱/۹۹	۱/۸۸
٤	۲٥۸	۷٦/٤۹	۳/۹۳	۳/٥٥
۸	۱۳۲	٤۲/٥۷	۷/٦۷	٦/۳۸
۱٦	٦۹	۲۳/۰۲	۱٤/٦۸	۱۱/۸۰

پیشنهاد برای مطالعات آتی

با توجه به اینکه الگوی ارباب- کارگر یک الگوی ساده به منظور موازی‌سازی به شمار میرود، پیشنهاد میشود که در ادامه پژوهش، الگوهای پیشرفته تر موازی سازی که با امکان ارتباط به صورت غیرهمزمان در ادامه مورد بررسی قرار گیرد.

مراجع و منابع

[1] Zamanifar, M., Hartmann, T., 2020. “Literature review of optimization based decision model for disaster recovery planning of transportation network”. Natural Hazards 87 (2).

[2] Poorzahedy, H., Abulghasemi, F., 2005. “Application of ant system to network design problem”. Transportation, 32(3), 251-273.

[3] Caggiani, L., Camporeale, R., Ottomanelli, M. 2017. “Facing equity in transportation Network Design Problem: A flexible constraints based model”. Transport Policy, 55, 9-17.

[4] Zhang, Y., Khani, A., 2020. “Identifying critical links in transportation network design problems for maximizing network accessibility”. Transportation Research Record, 2674(2), 237-251.

[5] Farahani, R. Z., Miandoabchi, E., Szeto, W. Y., Rashidi, H., 2013. “A review of urban transportation network design problems”. European Journal of Operational Research, 229(2), 281-302.

[6] Kumar, A., Anbanandam, R., 2019. “Multimodal freight transportation strategic network design for sustainable supply chain: an or prospective literature review”. International Journal of System Dynamics Applications (IJSDA), 8(2), 19-35.

[۷] زرین مهر، ا، عمران، م. پ.، شفاهی، ی.، سیدابریشمی، س.، ۱۳۹۴. "موازی‌سازی الگوریتم کلونی مورچگان در طراحی شبکه گسسته حمل و نقل"، مجله عمران مدرس، ۱۵ (۲)، ۳۷-۵۰.

[8] Ben-Ayed, O., Boyce, D. E., Blair, C. E., 1988. “A general bilevel linear programming formulation of the network design problem”. Transportation Research Part B: Methodological, 22(4), 311-318.

[9] Li, G. J., Wah, B. W., 1986. “Coping with anomalies in parallel branch-and-bound algorithms”. IEEE Transactions on Computers, 100(6), 568-573.

[10] Leblanc, L. J., 1975. “An algorithm for the discrete network design problem”. Transportation Science, 9(3), 183-199.

[11] Sheffi Y., 1985. “Urban transportation networks: equilibrium analysis with mathematical programming methods”, Prentice Hall.

[12] Bar-Gera, H., 2021. Transportation network test problems, http://www.bgu.ac.il/~bargera/tntp. Accessed in December 2021.